



\$\$\$\$\$

المسالك الدولية _ خيار فرنسية

إمتحان تجريبي - دورة يونيو 2021

نموذج رقم **1** -

N° : MPB2

RS2021

♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣

إعداد : El-Ouarzazi Mohamed :

3h

مدة الانجاز

الرياضيات

المادة

7

المعامل

شعبة العلوم التجريبية بمسالكها

الشعبة أو المسلك

INSTRUCTIONS GENERALES

- ✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée.
- ✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient.
- ✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter.
- ✓ Écrire lisiblement et vérifier que le sujet est complet : il comporte 3 pages numérotées de 1 à 3, celle-ci est comprise.

COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de trois exercices et un problème indépendants entre eux et répartis suivant les domines comme suit :

Exercice 1	Suites numériques	4pts
Exercice 2	Nombres complexes	5pts
Exercice 3	Limites, dérivabilité et calcul intégral	3pts
Problème	Étude d'une fonction numérique	8pts

- ✓ $\ln$ désigne la fonction logarithme népérien

صفحة	RS06	نموذج تجريبي لامتحان الوطني الموحد دورة يونيو 2021 - الموضوع -	SNB
3 / 2	P2F1	مادة الرياضيات - مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية - خيار فرنسية	♣♣

Exercice 1 : (4points)

Soit (u_n) la suite numérique définie par : $u_0 = \frac{1}{2}$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$; $u_{n+1} = \frac{2021u_n}{u_n+2020}$

- 1) Montrer par récurrence que $\forall n \in \mathbb{N}$; $0 \leq u_n \leq 1$
- 2) a) Montrer que $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite croissante
b) En déduire que la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est convergente
- 3) On considère la suite numérique (v_n) définie par $v_n = \frac{u_n-1}{u_n}$ pour tout n de $\mathbb{N}$
a) Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $q = \frac{2020}{2021}$
b) Déterminer v_n en fonction de n et en déduire u_n en fonction de n pour tout n de $\mathbb{N}$
- 4) Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$
- 5) Résoudre l'équation : $(v_n)^n \times v_{n+1} \times (v_{2n})^{-3} = \left(\frac{2021}{2020}\right)^5$ pour tout n entier naturel pair.

Exercice 2 : (5points)

- 1) Dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes, on considère l'équation :

$$(E) : z^2 - 2(\sqrt{2} + \sqrt{3})z + 10 = 0$$

- a) Vérifier que le discriminant de l'équation (E) est : $\Delta = -4(\sqrt{2} - \sqrt{3})^2$
- b) En déduire les solutions de l'équation (E) .
- 2) Soient les nombres complexes $a = \sqrt{2} - 2i\sqrt{6}$; $b = -1 + i\beta$; $c = -1 + 2i$; $d = \beta + 1 + i$
 - a) Montrer que $\left(\frac{a+i\sqrt{6}}{2\sqrt{2}}\right)^{2020} + \left(\frac{\bar{a}-i\sqrt{6}}{2\sqrt{2}}\right)^{2021} = 0$
 - b) Vérifier que $\frac{c-b}{d-b} = \frac{(\beta-1)(\beta-2)}{(2+\beta)^2+(1-\beta)^2} + i \frac{4-\beta^2}{(2+\beta)^2+(1-\beta)^2}$ avec $\beta \in \mathbb{R}^-$
 - c) Déterminer la valeur de β pour que les points B , C et D soient alignés
- 3) On considère dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{u}; \vec{v})$, les points A, B, C et D d'affixes respectives :
 $z_A = i\sqrt{3}$; $z_B = -i\sqrt{3}$; $z_C = 3 + 2z_A$; $d = 3 + 2z_B$
 - a) Montrer que $\frac{z_C - z_A}{z_D - z_A} = \frac{\sqrt{3}}{3}i$
 - b) En déduire la nature du triangle ACD puis montrer que $3AC = \sqrt{3}AD$
 - c) Calculer en cm^2 l'aire du triangle ACD .
- 4) Soit $M'(z')$ l'image du point $M(z)$ par la transformation T tel que :

$$z' = \sqrt{3} \times \frac{z_C - z_A}{z_D - z_A} (z - z_A) + z_A$$
 - a) Montrer que la transformation T est une rotation dont on précisera ses éléments caractéristiques
 - b) Déterminer z_F l'affixe du point F image du point B par la transformation T .
- 5) Déterminer l'ensemble des points M d'affixes z tels que : $|\sqrt{3}z + 3i| = |-i\sqrt{3}z|$

صفحة	RS06	نموذج تجريبي لامتحان الوطني الموحد دورة يونيو 2021 - الموضوع	SNB
3	P2F1	مادة الرياضيات - مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية - خيار فرنسية	♣♣

Exercice : 3 (3points)

On considère la fonction numérique g définie sur $]0; +\infty[$ par : $g(x) = \ln x - \sqrt{x}$

- 0.5 1) Montrer que pour tout x appartenant à $]0; +\infty[$; $g'(x) = \frac{2-\sqrt{x}}{2x}$
- 0.75 2) a) Dresser le tableau de variation de la fonction g puis en déduire que :
- $\forall x \in]0; +\infty[; \ln x < \sqrt{x}$ (Remarquer que $g(4) < 0$)
- 0.5 b) En déduire que pour tout $x > 1$; $0 < \frac{\ln x}{x} < \frac{1}{\sqrt{x}}$
- 0.25 c) Justifier le résultat de la limite suivante : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$
- 0.5 3) Montrer que la fonction $G : x \mapsto x \left(\ln x - 1 - \frac{2}{3}\sqrt{x} \right)$ est une primitive de g sur $]0; +\infty[$
- 0.5 4) Vérifier que $\int_1^e g(x) dx = \frac{5-2e\sqrt{e}}{3}$

Problème : (8points)

On considère la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = -2x + 1 + e^{-x+3}(e^{-x+3} - 4)$ et (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$. (Unité : 1cm)

- 0.5 1) Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$
- 0.5 2) Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - (-2x + 1)) = 0$ et interpréter le résultat géométriquement.
- 0.5 3) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$ et interpréter le résultat géométriquement.
- 0.75 4) Résoudre l'équation $e^{-x+3} - 4 = 0$ puis montrer que la courbe (C_f) est en dessous de la droite (D) d'équation $y = -2x + 1$ sur l'intervalle $[3 - \ln 4; +\infty[$ et au-dessus de la droite (D) sur l'intervalle $] -\infty; 3 - \ln 4]$
- 0.5 5) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$; $f'(x) = -2(e^{-x+3} - 1)^2$
- 0.5 6) Calculer $f'(3)$ puis interpréter géométriquement le résultat obtenu.
- 0.5 7) Dresser le tableau de variations de la fonction f pour tout $x \in \mathbb{R}$.
- 0.5 8) Montrer que la courbe (C_f) admet un point d'inflexion unique de coordonnées $(3; -8)$
- 0.75 9) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α tel que :
- $3 - \ln 5 < \alpha < 3 - 2 \ln 2$
- 0.5 10) a) Montrer que la fonction f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur $\mathbb{R}$
- 0.75 b) Montrer $(f^{-1})'(4 \ln 2 - 5) = -\frac{1}{18}$ (Remarquer que $f^{-1}(4 \ln 2 - 5) = 3 - \ln 4$)
- 1 11) Construire la droite (D) , la courbe (C_f) et la courbe $(C_{f^{-1}})$ dans le même repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
(On prend $3 - \ln(5) \approx 1.4$ et $3 - 2\ln(2) \approx 1.6$)



الله ولي التوفيق